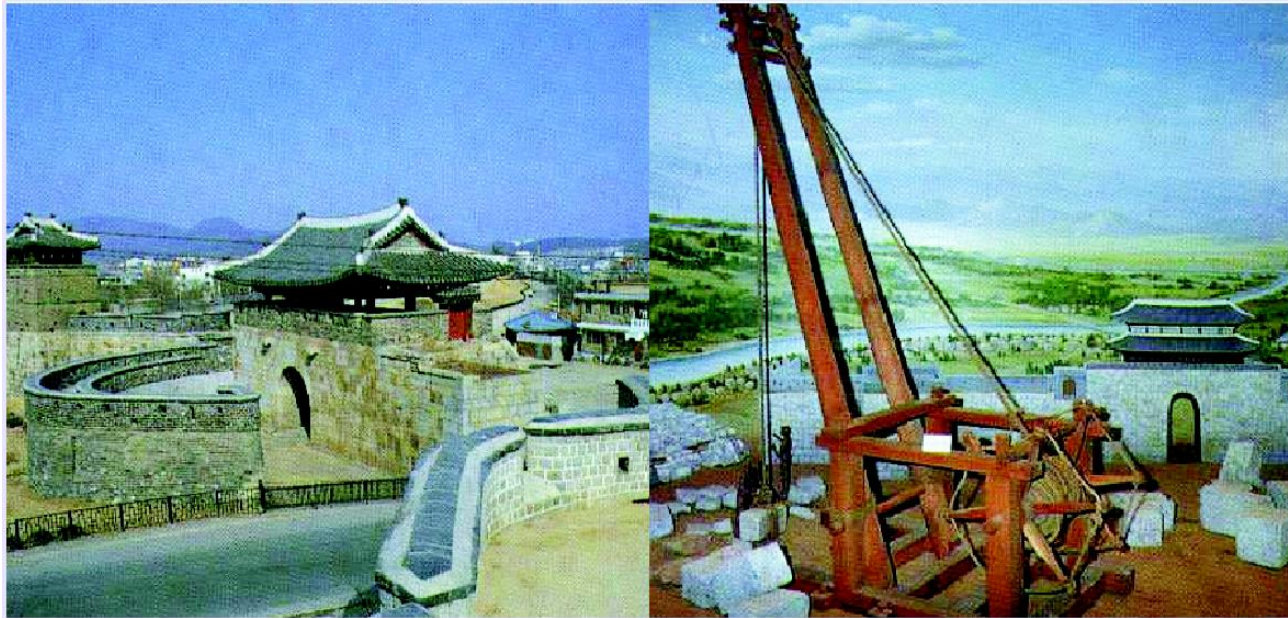
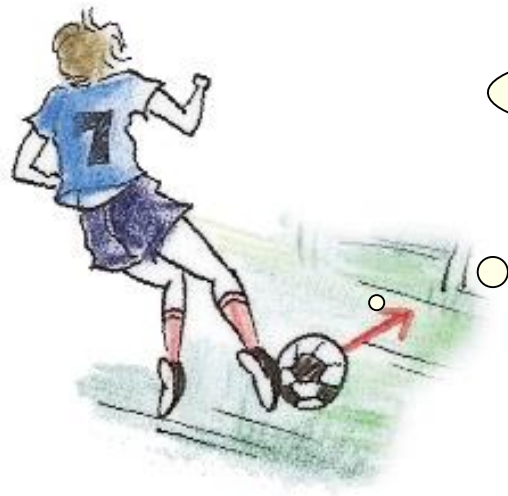


3장: 역학적 에너지



1. 일과 에너지
2. 역학적 에너지 보존
3. 충돌

뉴턴 방정식과 벡터



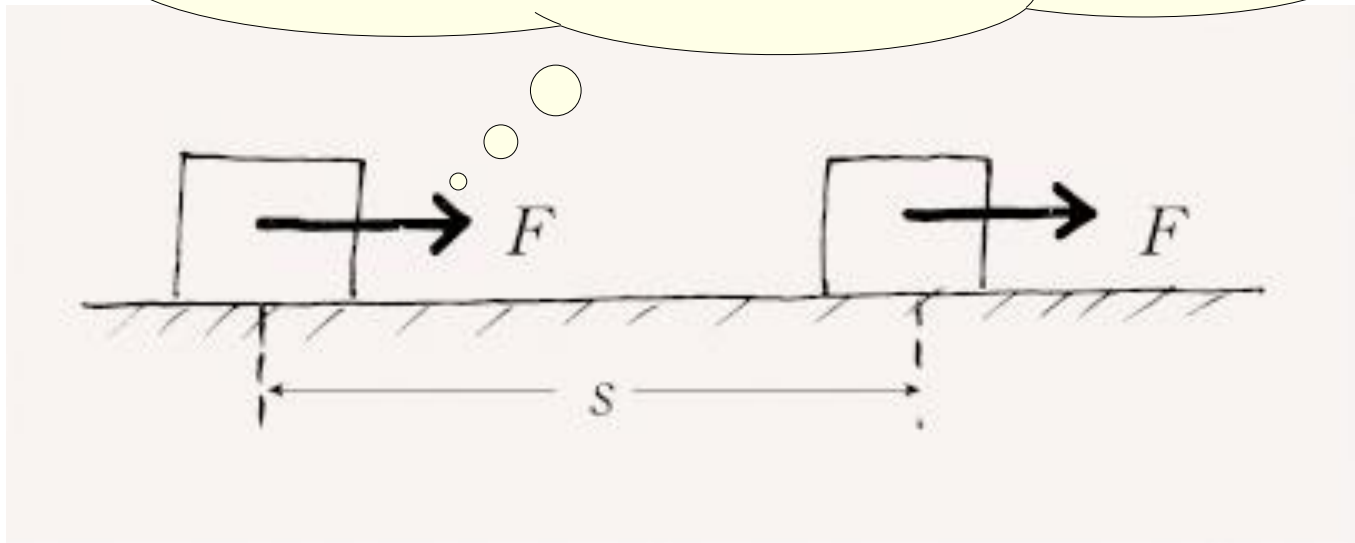
물체가 힘을 받으면
가속되어 속력이 증가한다.

뉴턴 방정식은 결코 쉽지 않다.

운동 방정식을 쓰지 않고도
물체들의 운동을 알아내는 방법은 없을까?

역학적 일

힘을 가해 물체를 움직이자.
이때 들어간 에너지를 구하자.

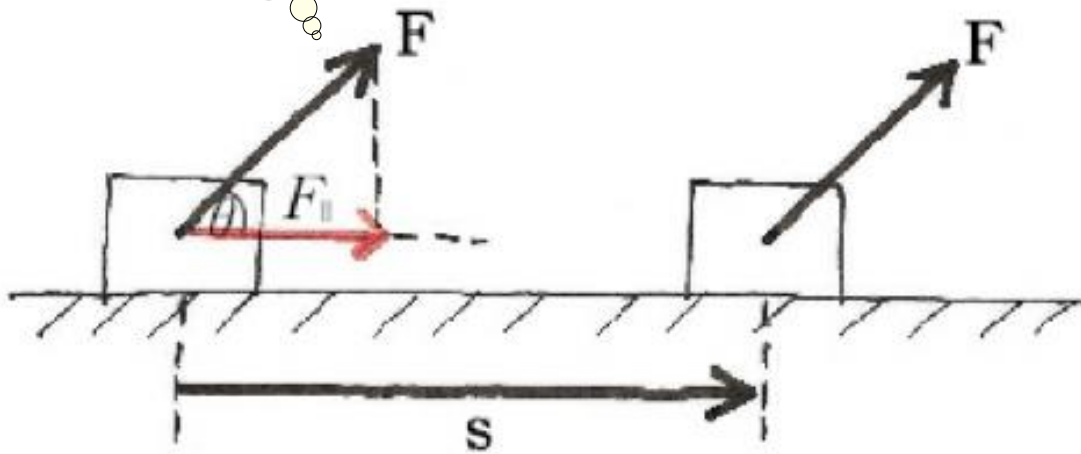


$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

힘이 한 일

힘을 주는 방향

힘 F 가 모두 일에 쓰이지는 않는다.



$$W \leq Fs$$

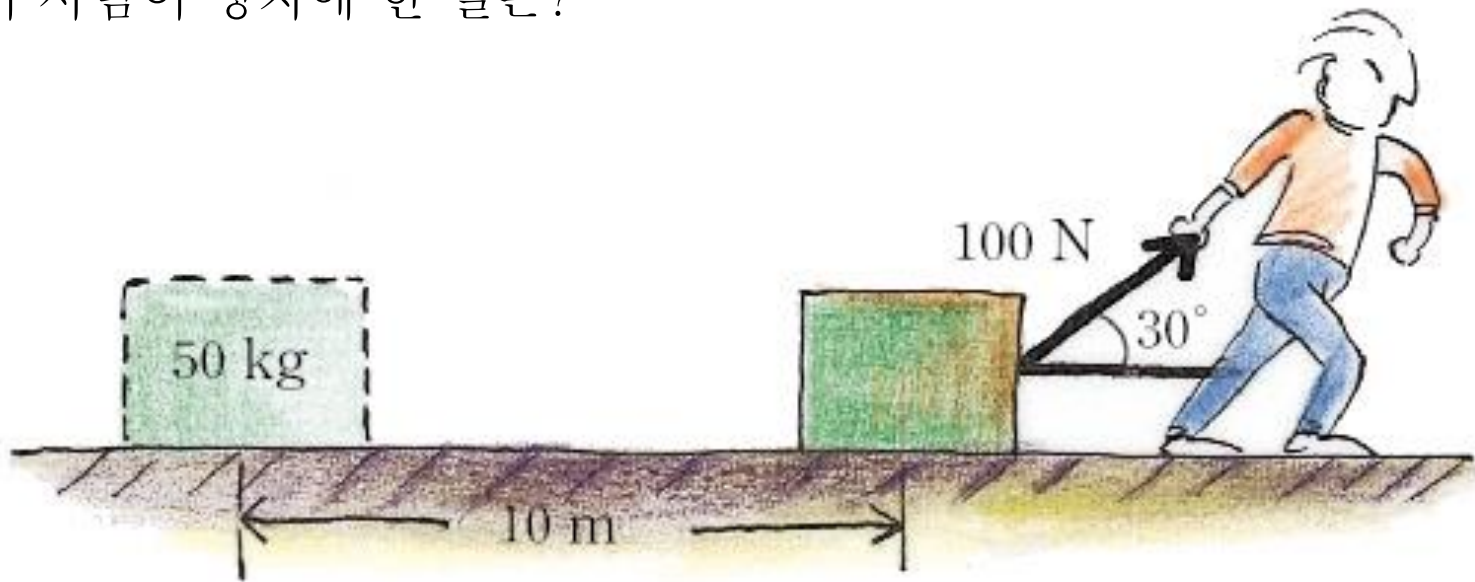


움직이는 방향과 같은 방향의
힘의 성분만이 일에 관여한다!

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs \cos \theta = F_{\parallel} s$$

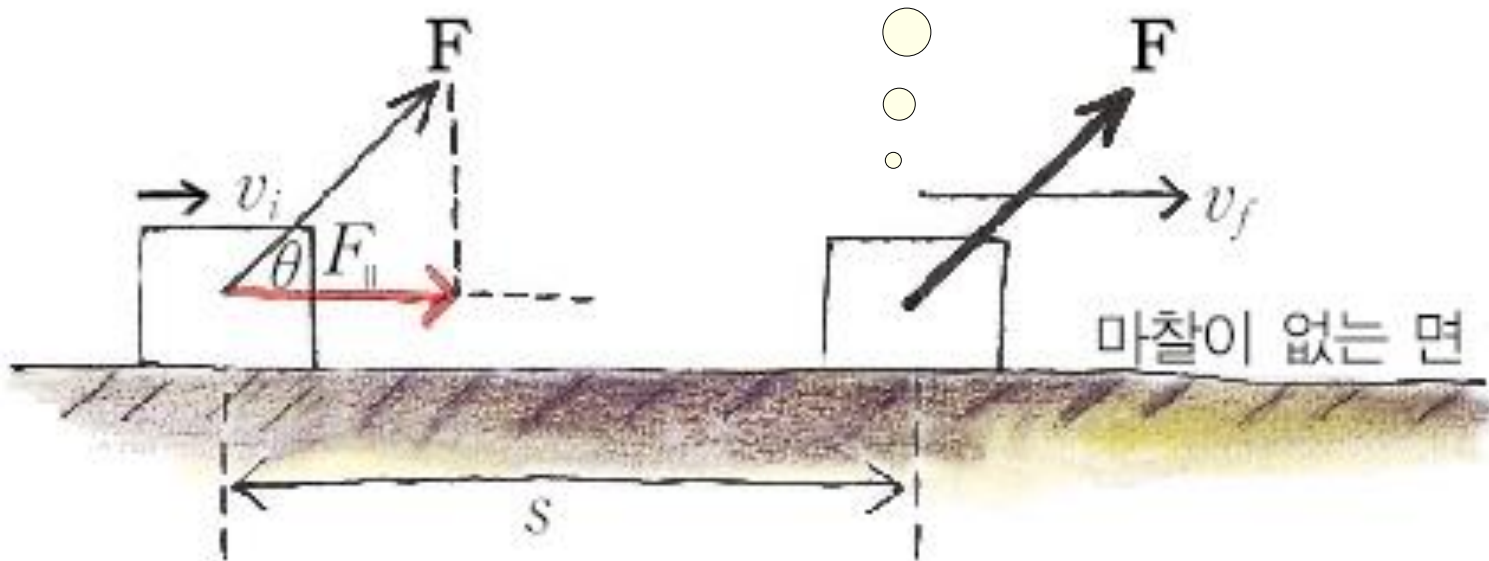
얼마나 일을 하나

생각해 보기: 50 kg의 상자를 땅에서 10 m 끌고 간다고 하자. 이 때 그림처럼 상자에 달린 줄을 100 N의 힘으로 30도 위로 당기면서 끌고 간다면 이 사람이 상자에 한 일은?



운동 에너지

상자는 힘을 계속 받는다.
 상자는 가속이 된다.
 속도가 계속 증가한다.



운동에너지가 생겨난다

운동 에너지의 계산

물체가 움직인 방향으로 힘 $F_{\parallel}$ 을 가하면 물체는 가속된다.

$$F_{\parallel} = ma = m \frac{dv}{dt}$$

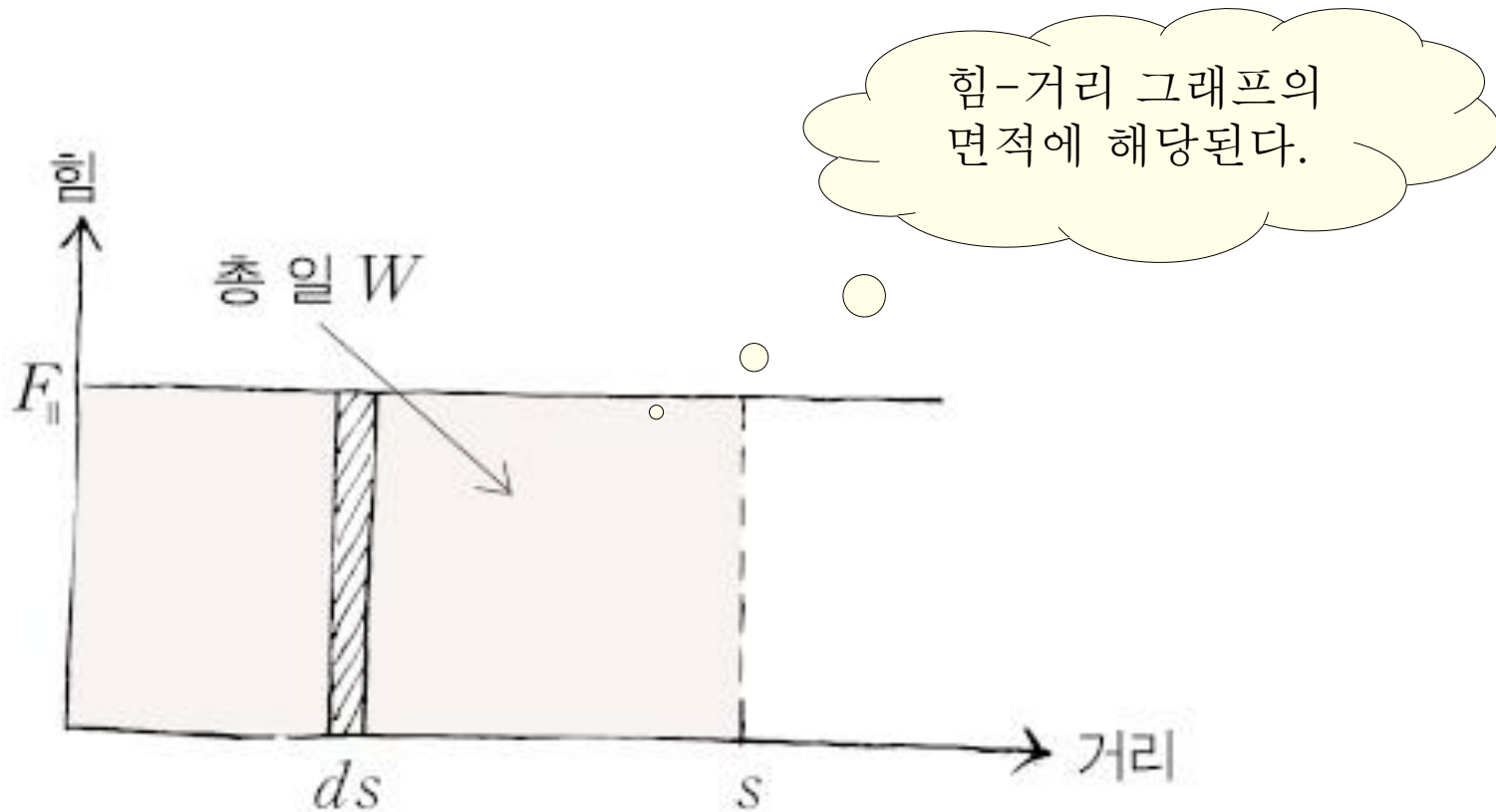
시간 dt 동안 거리 $ds = vdt$ 만큼 움직일 때 힘이 해준 일 dW 는

$$dW = F_{\parallel} ds = m \frac{dv}{dt} v dt = m v dv = d \left(\frac{1}{2} m v^2 \right)$$

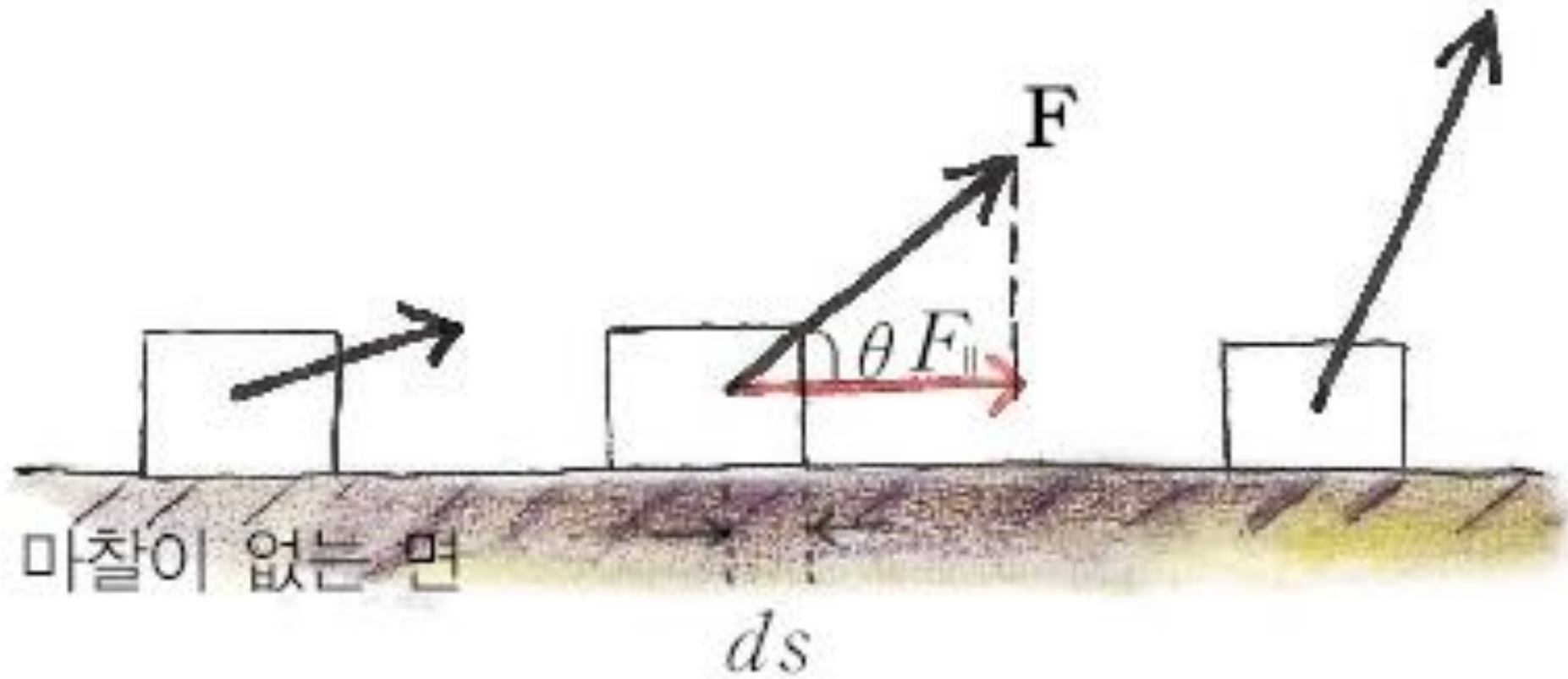
$$\Delta W = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

일의 계산

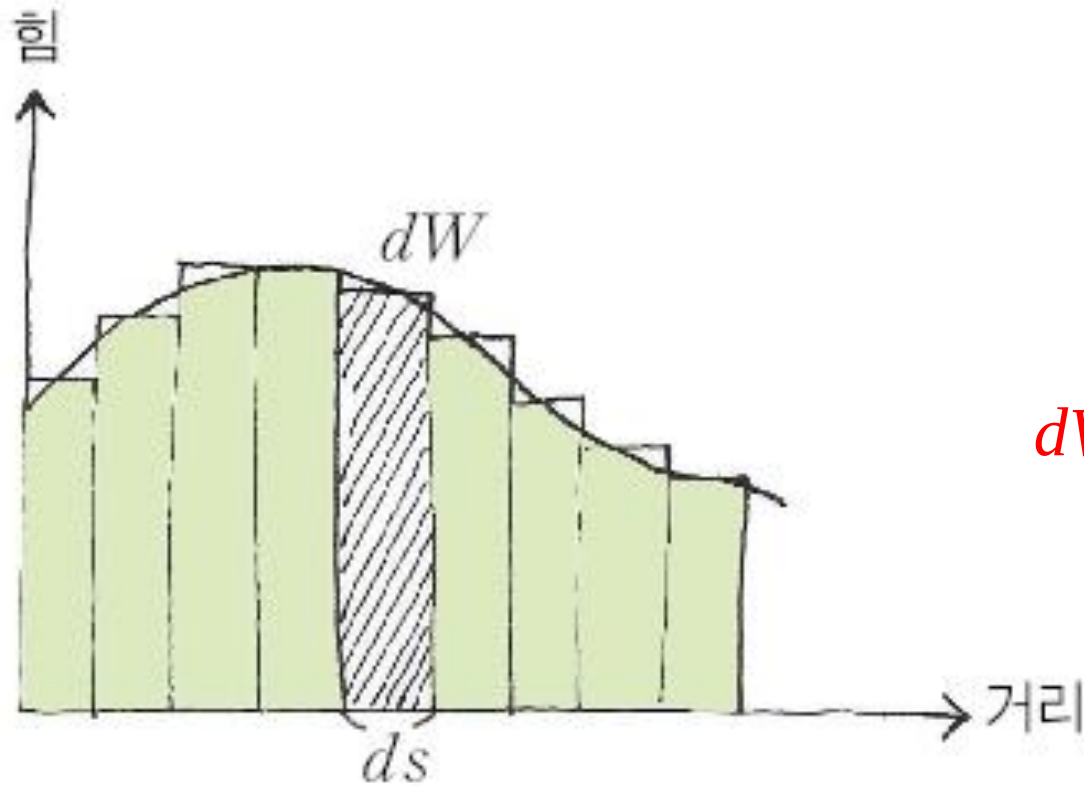
일정한 힘으로 일을 해주는 경우 총 일은 $F \cdot s$



힘이 일정하지 않으면?



힘이 일정하지 않으면?



$$dW = F_{\parallel} ds = d\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$$

힘이时时刻刻 변하므로 매 순간 해준 일은 같지 않다. 하지만 짧은 거리를 움직이는 동안 힘이 일정하다고 볼 수 있으므로 총 일은 힘-거리 그림의 면적에 해당된다.

일 - 에너지 정리

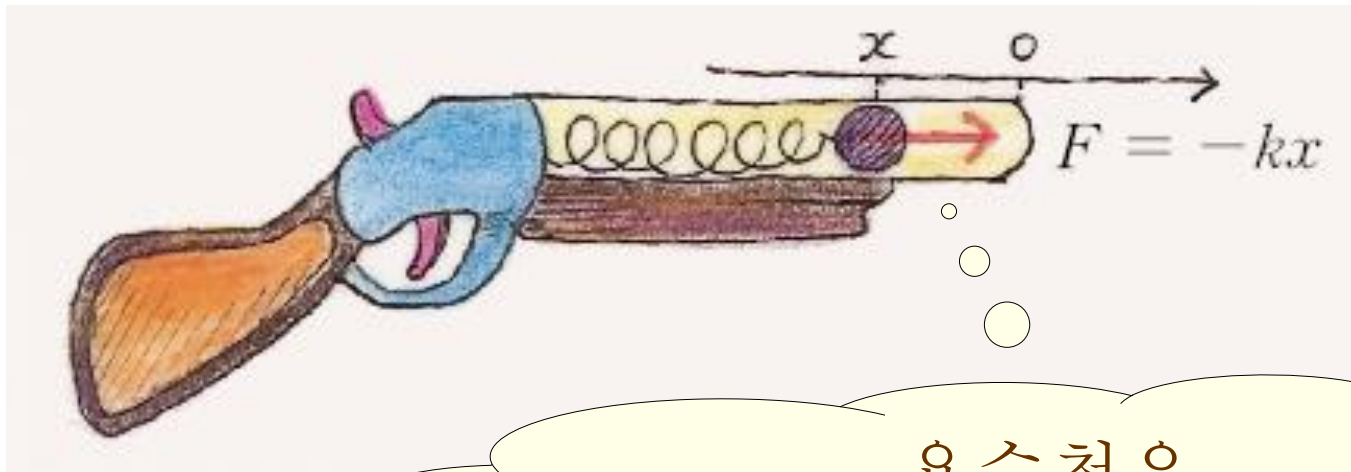
“마찰이 없으면”

외부에서 물체에 해 준 일은 모두 운동에너지로 바뀐다.

외부에서 물체에 해준 일 = 운동에너지

용수철에 저장되는 에너지

용수철을 눌러 압축시켜보자.

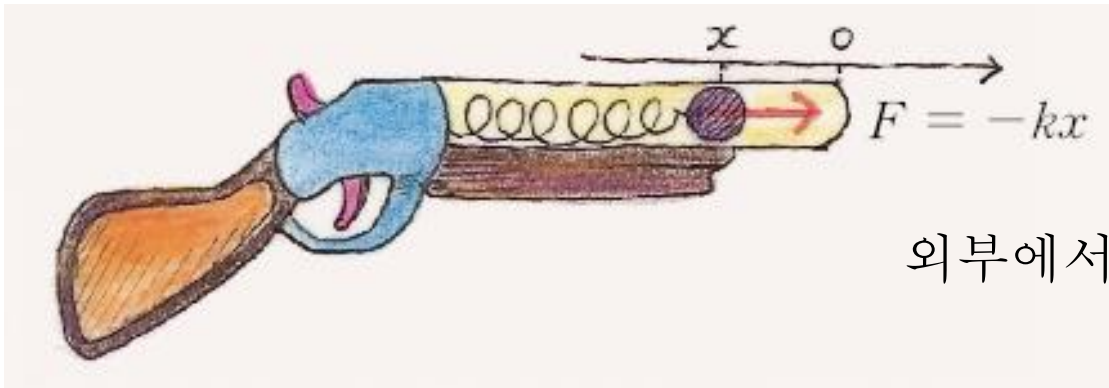


용수철은
복원력 $F = -kx$ 을 받는다

용수철을 압축시키려면 일을 해야 한다 !

용수철에 저장된 에너지의 사용

압축된 용수철이 총알을 밀어내도록 해보자.
총 끝에서 총알은 얼마의 속력으로 튀어 나갈까?



외부에서 해준 일 = 운동에너지

일률의 정의

일률 = 단위 시간 동안 힘이 하는 일

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = F \frac{\Delta s}{\Delta t} = Fv \quad [W] = [J/s]$$



엔진의 일률

생각해 보기: 1250 kg의 승용차가 정지상태로부터 100 km/h 로 가속하는데 5초 걸린다. 이 엔진의 일률은?

엔진이 한 일

생각해 보기: 승용차의 질량은 대략 1톤 정도이다.
고속도로에 진입하기 위해 이 승용차를 정지 상태에서
10초 동안 2.5 m/s^2 으로 가속시켰다. 이때 자동차의
연료가 한 일은 얼마인가? 이 자동차의 일률은
얼마인가? 이 때 자동차의 속도는 얼마인가?

위치에너지



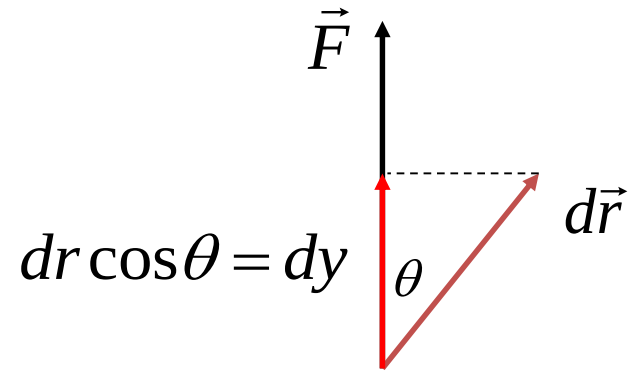
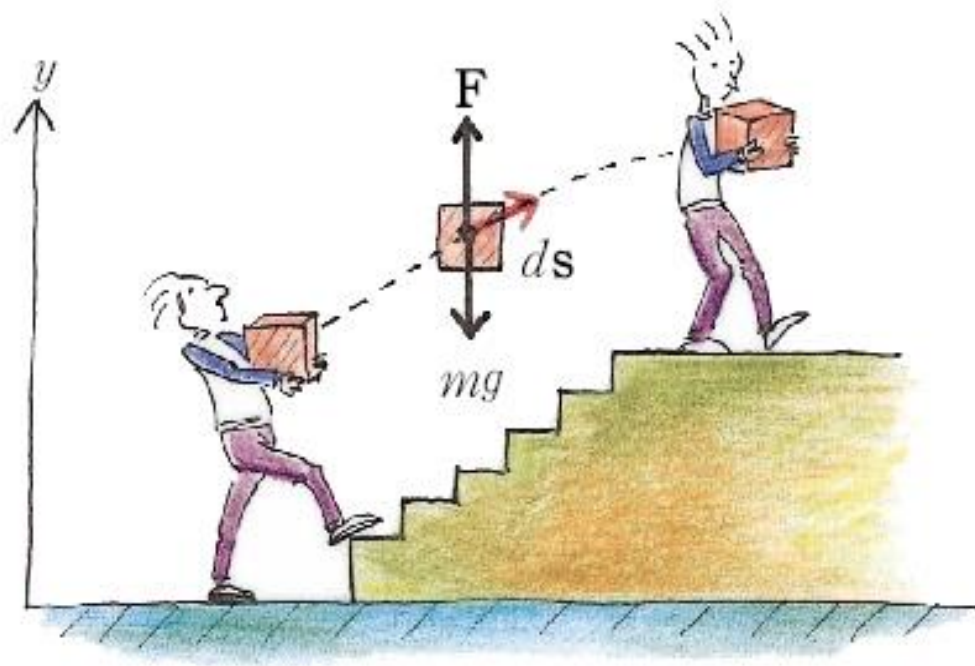
암벽을 오르는 사람은
중력을 거슬러 일을 한다.

이 때 한 일은
위치에너지로 저장된다.

위치에너지는
사람의 높이에 따라 달라진다.

중력 속에서의 위치에너지

물체를 중력에 거슬러서 높이 h 만큼 운반한다고 하자.

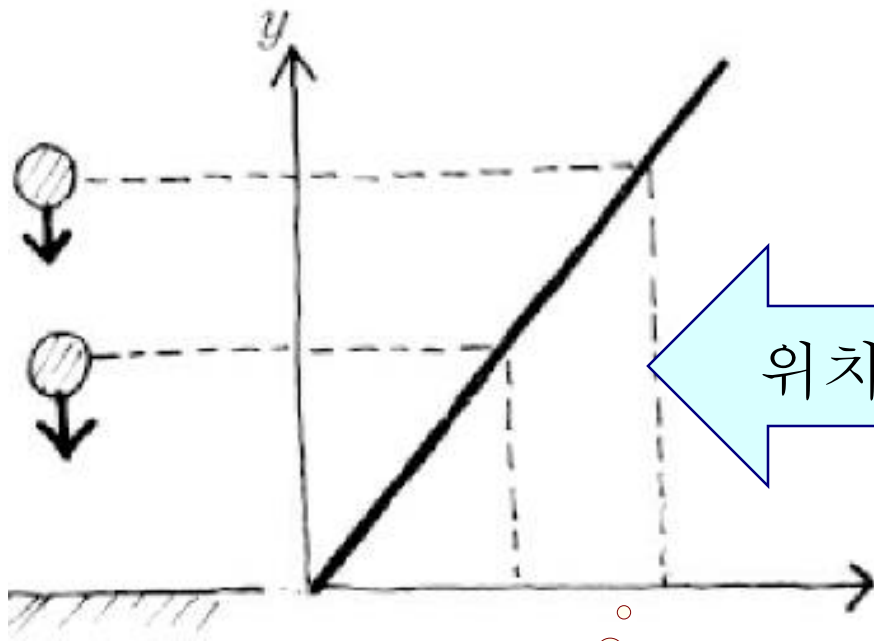


$$\sum dr \cos \theta = \sum dy = h$$

물체에 행해진 일: 수직 방향 아래로 작용하는 중력에 거슬러서 위 방향으로 힘이 주어져야 하므로 움직이는 경로의 수직 성분만 고려하면 된다.
따라서 외부에서 해준 일은 위치 에너지 mgh 로 물체에 저장된다.

위치에너지와 운동 방향

중력때문에 아래로
떨어진다.



위치에너지

위치에너지는
높은 곳에서 낮은 곳으로



차의 위치에너지

생각해 보기: 1톤의 자동차를 50m 높이의 언덕 위로 올려 놓았다. 이 차의 위치에너지는 얼마나 증가했을까?
만일 이 차가 평지에서 같은 운동에너지를 얻는다면 차의 속력은 얼마나 될까?

마찰력과 비보존력

어떤 종류의 힘이라도 위치에너지를 정의할 수 있을까?

마찰력이 있는 곳에서 물체를 옮기면
지름길로 옮길 때 해주어야 할 일이 적다.

해 주어야 할 일이 경로에 따라 달라지면
위치에너지를 정의할 수 없다.

마찰력이 있는 경우에는 외부에서 해준 일이
물체에 모두 다 저장되지는 않는다.



보존력(즉, 중력이나 용수철의 복원력과 같이 해준 일이
처음과 나중의 위치만으로 결정되는 힘)의 경우에만 위치
에너지를 정의할 수 있다.

보존력과 역학적 에너지 보존

보존력

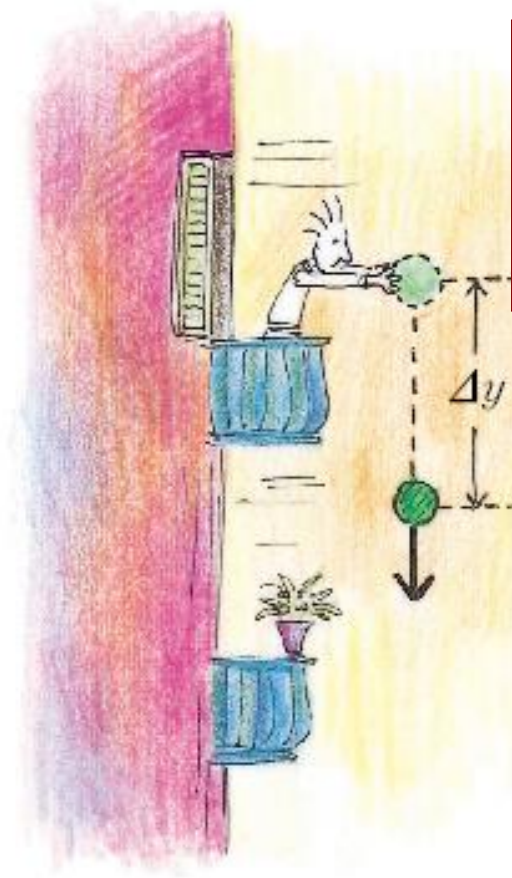
중력이나 용수철 힘처럼
해준 일이 처음과 나중의
위치만으로 결정되는 힘



보존력의
경우에만
위치에너지를
정의할 수 있다.

보존력과 에너지 변환

역학적 에너지
운동에너지와 위치에너지를 합한 양
 $E = K + V$



공의 역학적 에너지는
위치와 관계없이
일정하다.

보존력에서는 역학적 에너지가 보존된다.

역학적 에너지

운동 에너지와 위치 에너지를 합한 양

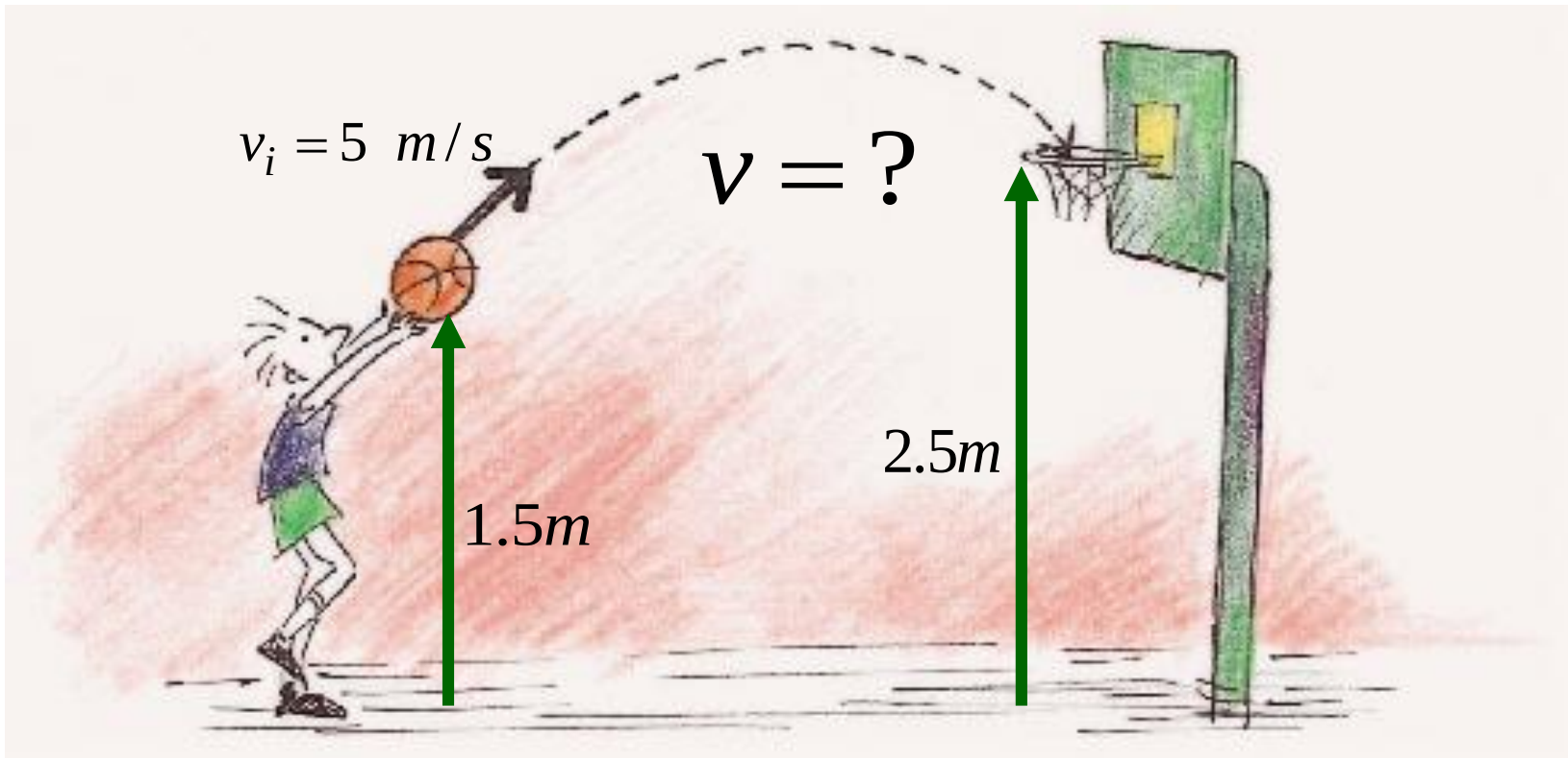
$$E = K + V \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{운동 에너지: } K = \frac{1}{2}mv^2 \\ \text{위치 에너지: } V = mgh \end{array} \right.$$

보존력에서는 역학적 에너지가 보존된다.

$$K_i + V_i = K_f + V_f$$

농구공의 속도

생각해 보기: “뉴턴의 운동 방정식”과 “에너지 보존” 법칙을 써서 각각 풀면?

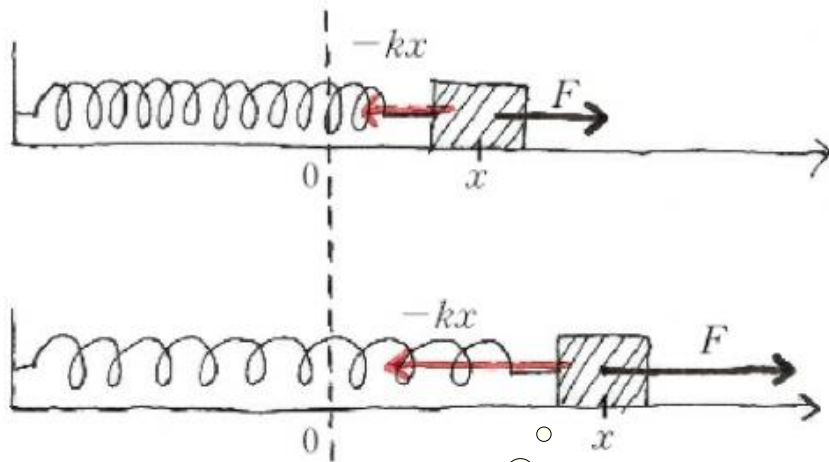


뉴턴 역학

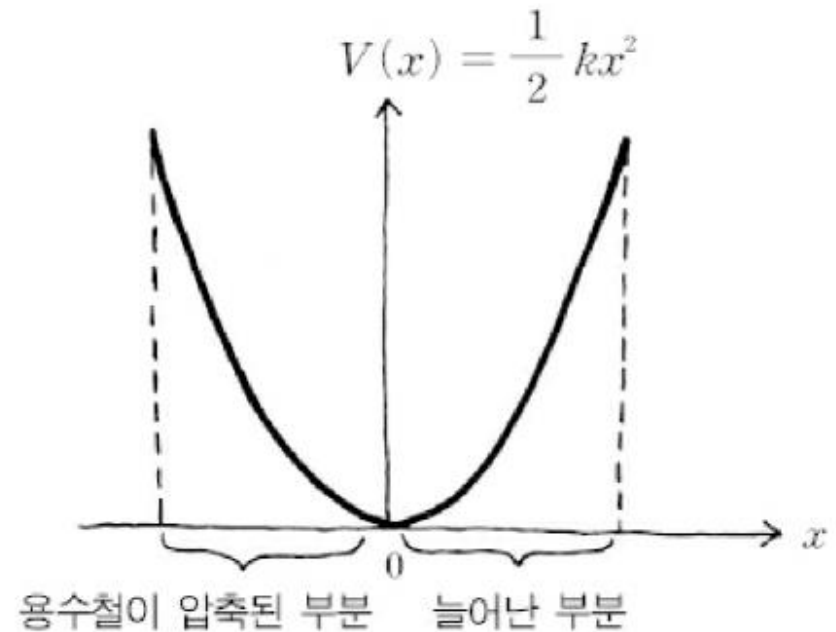
에너지 보존의 법칙

용수철의 위치에너지

용수철을 수평으로 놓고
원점에서 x 만큼 잡아 늘이자

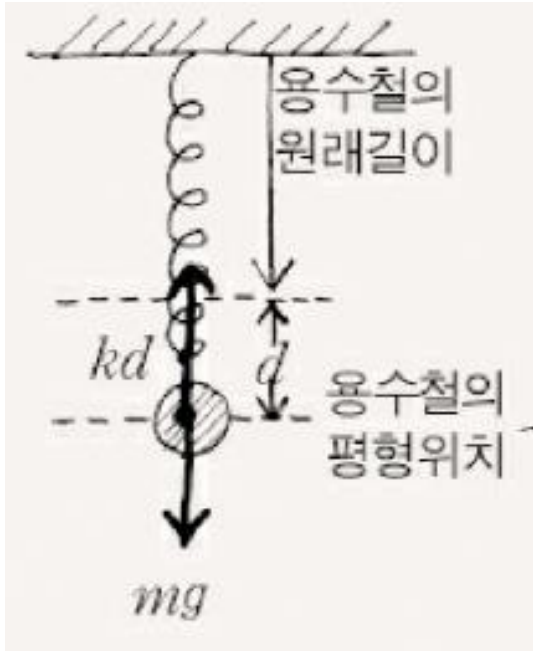


복원력에
대항하여
힘 $F = kx$ 로 일을 한다.

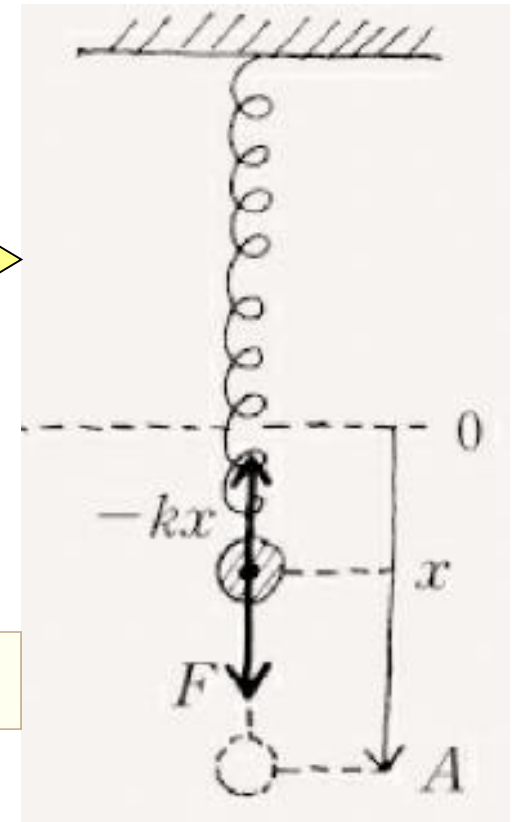


$$W = \int_0^x F dx = \int_0^A kx dx = \frac{1}{2} kx^2$$

용수철의 위치에너지의 차이



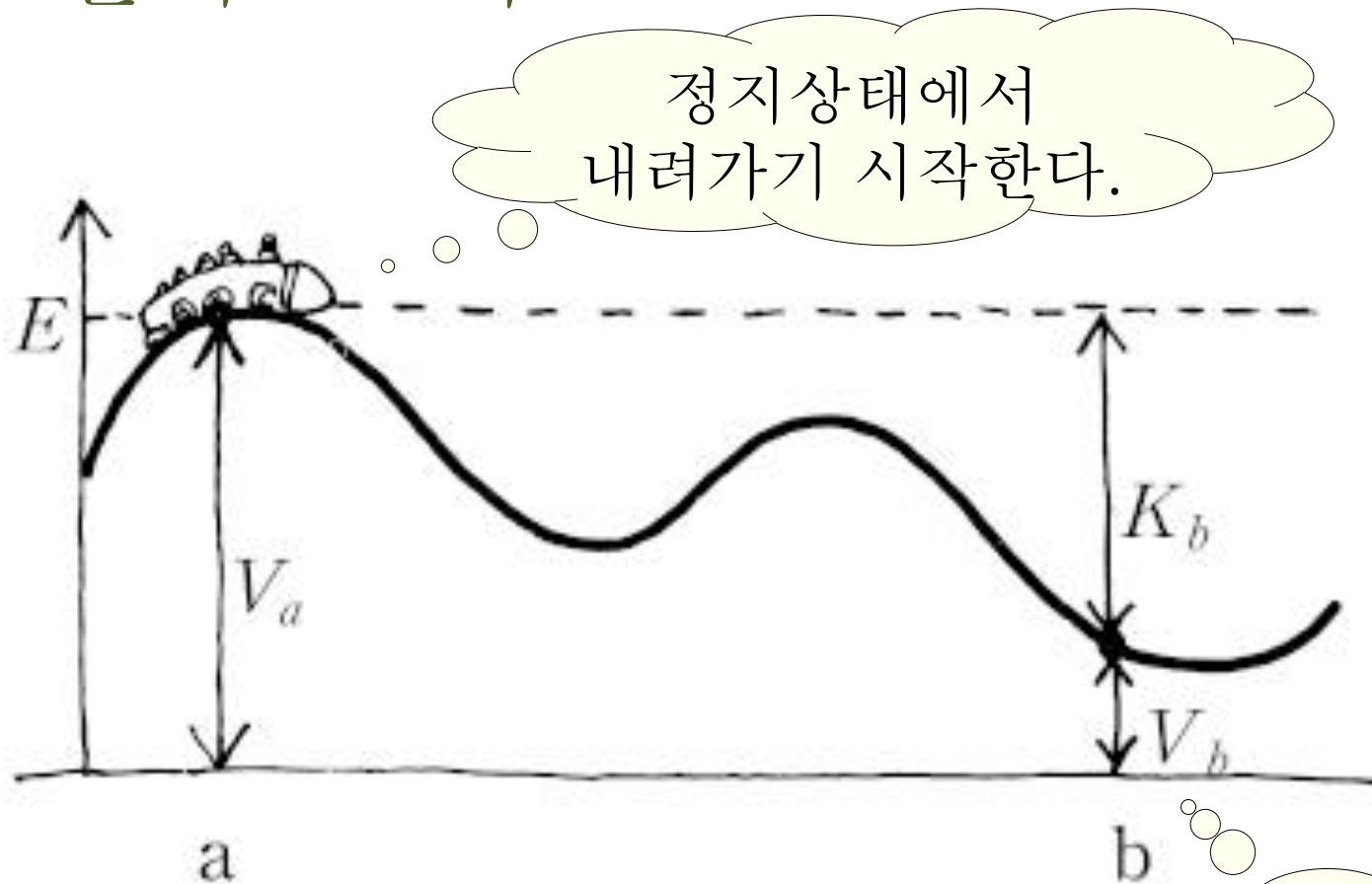
용수철을 늘이자



위치에너지는 얼마나 차이가 날까?

$$W = \int_0^A F dx = \int_0^A kx dx = \frac{1}{2} kA^2$$

롤러코스터



$$E = K_a + V_a = K_b + V_b$$

$$K_b = V_a - V_b = E - V_b$$

롤러코스터

생각해 보기: 질량 m 의 롤러코스터가 반경 r 의 원형 궤도를
떨어지지 않고 회전하기 위한 최소 출발 높이 h 를 구하라.

충격량의 정의

축구선수가 공을 찰 때 공의 운동량의 변화는 다음과 같다.

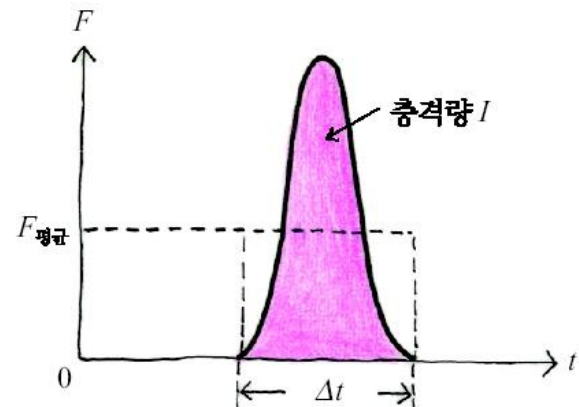


$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \longrightarrow \therefore \Delta p = F\Delta t$$

이 때 공이 받는 충격량은 발이 가해주는 힘 F 와 발이 축구공에 접촉하는 시간 Δt 의 곱으로 정의된다.

$$\text{충격량 } I = F\Delta t = \Delta p$$

충격량은 운동량의 변화와 같다.



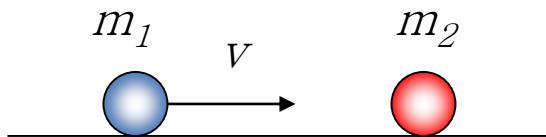
$$F_{\text{평균}} = \frac{I}{\Delta t}$$

용수철의 위치에너지

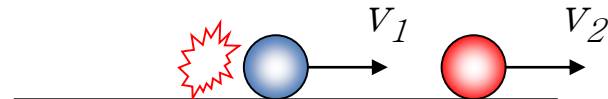
생각해 보기: 축구선수가 찬 공이 15 m/s 로 날아간다.
발이 공에 접촉한 시간은 5 ms 이다. 질량 430 g 의
축구공이 받는 평균힘은?

운동량 보존의 법칙 - 탄성 충돌

탄성 충돌에서는 운동량이 보존된다.



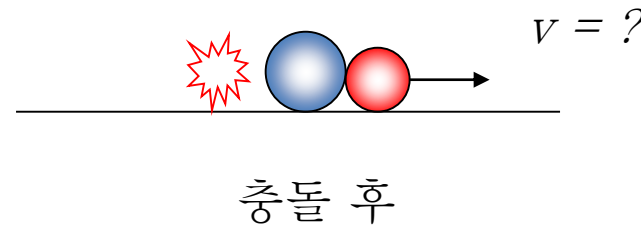
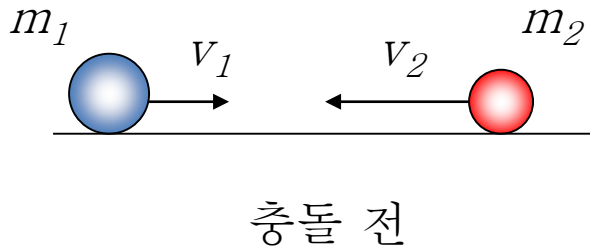
충돌 전



충돌 후

운동량 보존의 법칙 - 비탄성 충돌

비탄성 충돌에서도 운동량은 보존된다. 하지만?



$$\begin{aligned} m_1 &= 1 \text{ kg} \\ m_2 &= 3 \text{ kg} \\ v_1 &= 3 \text{ m/s} \\ v_2 &= 5 \text{ m/s} \end{aligned}$$

단원요약

- ◆ 힘을 주어 물체를 움직일 때 해준 일: $W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s}$
- ◆ 물체에 힘을 주어 일을 하면 그 일은 물체의 운동에너지를 증가시킨다.
 $\Delta W = \Delta K$
- ◆ 일률은 단위 시간 동안 하는 일이다: $P = \Delta W / \Delta t = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$
- ◆ 보존력이 작용하는 경우 역학적 에너지가 보존된다.
 - 역학적 에너지 = 운동 에너지 + 위치 에너지
- ◆ 보존력에는 중력, 용수철 힘 등이 있고 대표적인 비보존력은 마찰력이다.
 - 운동 에너지: $K = \frac{1}{2} mv^2$
 - 중력 위치 에너지: $V = mgh$
 - 용수철 위치 에너지: $V = \frac{1}{2} kx^2$
- ◆ 충격량 $I = F\Delta t = \Delta p$